



TUGAS AKHIR - SM141501

**PENGENDALIAN GLUKOSA DARAH PADA
PENDERITA DIABETES MELLITUS TIPE-1
DENGAN MENGGUNAKAN MODEL PREDICTIVE
CONTROL**

AYU WULANDARI OKTAVIA
NRP 1212100002

Dosen Pembimbing:
Dr. Dra. Mardijah, M.T.
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2016

"Halaman ini sengaja dikosongkan."



FINAL PROJECT - SM141501

**BLOOD GLUCOSE CONTROL FOR TYPE-1
DIABETES MELLITUS USING MODEL
PREDICTIVE CONTROL**

AYU WULANDARI OKTAVIA
NRP 1212100002

Supervisors:

Dr. Dra. Mardijah, M.T.

Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Faculty of Mathematics and Sciences

Sepuluh Nopember Institute of Technology

Surabaya 2016

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LEMBAR PENGESAHAN
PENGENDALIAN GLUKOSA DARAH PADA
PENDERITA DIABETES MELLITUS TIPE-1
DENGAN MENGGUNAKAN MODEL
PREDICTIVE CONTROL
BLOOD GLUCOSE CONTROL FOR TYPE-1
DIABETES MELLITUS USING MODEL
PREDICTIVE CONTROL

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
AYU WULANDARI OKTAVIA
NRP. 1212100002

Menyetujui,
Dosen Pembimbing II,



Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
NIP. 19870728 201404 2 001

Dosen Pembimbing I,



Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
NIP. 19670114 199102 2 001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS



Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 27 Juli 2016

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

PENGENDALIAN GLUKOSA DARAH PADA PENDERITA DIABETES MELLITUS TIPE-1 DENGAN MENGGUNAKAN *MODEL PREDICTIVE CONTROL*

Nama Mahasiswa : Ayu Wulandari Oktavia
NRP : 1212100002
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstrak

Diabetes Mellitus, merupakan salah satu penyakit sebagai penyebab komplikasi penyakit lain dengan tingkat kematian terbesar di dunia. Pengobatan penderita Diabetes Mellitus biasanya menggunakan obat telan dan suntik insulin untuk mengatur kadar glukosa darah agar mendekati keadaan normal. Pengobatan ini membutuhkan biaya besar, seperti yang dikutip dari International Diabetes Federation, bahwa pada tahun 2013 penderita Diabetes Mellitus menghabiskan biaya belanja kesehatan setidaknya USD 548 milyar. Pada penelitian ini, dibahas suatu metode pengendalian kadar glukosa darah pada rentang normal menggunakan Model Predictive Control pada Bergman Minimum Model Diabetes Mellitus, dengan meminimumkan biaya pengobatan (biaya Insulin). Proses dan hasil analisis simulasi sistem pada penderita Diabetes Mellitus akan dilakukan dengan menggunakan software Matlab.

Kata-kunci: *Bergman Minimum Model Diabetes Mellitus, Model Predictive Control, Simulasi*

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

BLOOD GLUCOSE CONTROL FOR TYPE-1 DIABETES MELLITUS USING MODEL PREDICTIVE CONTROL

Name : Ayu Wulandari Oktavia
NRP : 1212100002
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisors : 1. Dr. Dra. Mardlijah, M.T.
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstract

Diabetes, is a disease that caused other disease complication with largest mortality in the world. Treatment of Diabetes Mellitus usually use drugs and insulin inject to regulate blood glucose levels that approached normal circumstances. This treatment is costly, as quoted from the International Diabetes Federation, that on 2013 patients with Diabetes Mellitus costs in the health of at least USD 548 billion. In this study, we discussed a method of controlling blood glucose levels in the normal range using the Model Predictive Control on Bergman Minimum Model of Diabetes Mellitus, by minimizing the cost of treatment (cost Insulin). The process and the results of the simulation analysis system in patients with Diabetes Mellitus will be done using software Matlab.

Keywords: *Bergman Minimum Model Diabetes Mellitus, Model Predictive Control, Simulation*

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"PENGENDALIAN GLUKOSA DARAH PADA PENDERITA DIABETES MELLITUS TIPE-1 DENGAN MENGGUNAKAN MODEL PREDICTIVE CONTROL"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Ketua Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu DR. Dra. Mardlijah, M.T. dan Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

3. Bapak dan Ibu dosen penguji atas semua saran yang telah diberikan demi perbaikan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku ketua prodi S1 Jurusan Matematika ITS dan Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku sekretaris prodi S1 Jurusan Matematika ITS.
5. Bapak Drs. Suharmadi, Dipl. Sc, selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Jurusan Matematika FMIPA ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Jurusan Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, 27 Juli 2016

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	vi
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.6 Sistematika Penulisan	5
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Diabetes Mellitus	8
2.3 Model Minimum Bergman Diabetes Mellitus	11
2.4 <i>Model Predictive Control</i> (MPC)	17
2.4.1 Formulasi MPC	19
2.4.2 Fungsi Objektif dan Kendala Batas . . .	19

BAB III	METODE PENELITIAN	21
3.1	Studi Literatur	21
3.2	Desain Kendali	21
3.3	Penyelesaian Kendali	23
3.4	Simulasi dan Pembahasan	23
3.5	Penarikan Kesimpulan dan Saran	23
3.6	Pembuatan Laporan Tugas Akhir	23
BAB IV	HASIL DAN PEMBAHASAN	25
4.1	Desain Kendali	25
4.1.1	Model Minimum Bergman	25
4.1.2	Pendiskritan	30
4.2	Penyelesaian MPC menggunakan <i>Quadratic Programming</i>	39
4.3	Simulasi	47
BAB V	PENUTUP	57
5.1	Kesimpulan	57
5.2	Saran	58
DAFTAR PUSTAKA		59
LAMPIRAN		63
A	Biodata Penulis	65

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Perbedaan antara seseorang dengan kondisi normal dan penderita Diabetes Mellitus [1]	10
Gambar 2.2	Perhitungan Keluaran Proses, <i>Predicted Control</i> , <i>Predicted Output</i> [16]	17
Gambar 3.1	Diagram Tahapan Metode Penelitian . .	24
Gambar 4.1	Kadar Glukosa Darah Sebelum Dikendalikan	48
Gambar 4.2	Kadar Glukosa Darah satuan mmol/L .	48
Gambar 4.3	Kendali Insulin	49
Gambar 4.4	Keluaran dan Masukan Insulin Saat Makan Pagi : (a) Kadar Glukosa Darah $N_p = 30$, (b) Kadar Glukosa Darah $N_p = 110$, (c) Masukan Insulin $N_p = 30$, dan (d) Masukan Insulin $N_p = 110$	50
Gambar 4.5	Kadar Glukosa Darah dengan satuan mmol/L	51
Gambar 4.6	Kendali Insulin	51
Gambar 4.7	Keluaran dan Masukan Insulin Saat Makan Siang : (a) Kadar Glukosa Darah $N_p = 30$, (b) Kadar Glukosa Darah $N_p = 110$, (c) Masukan Insulin $N_p = 30$, dan (d) Masukan Insulin $N_p = 110$	52

Gambar 4.8	Kadar Glukosa Darah dengan satuan mmol/L	53
Gambar 4.9	Kendali Insulin	53
Gambar 4.10	Keluaran dan Masukan Insulin Saat Makan Siang : (a) Kadar Glukosa Darah $N_p = 30$, (b) Kadar Glukosa Darah $N_p = 110$, (c) Masukan Insulin $N_p = 30$, dan (d) Masukan Insulin $N_p = 110$	54

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel Keterangan Variabel dan Parameter Model Minimum Bergman [3] .	13
-----------	--	----

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan hal-hal yang melatarbelakangi munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh. Adapun sistematika penulisan Tugas Akhir diuraikan pada bagian akhir bab ini.

1.1 Latar Belakang

Pada tahun 2014, sekitar 382 juta orang menderita penyakit Diabetes Mellitus dan diperkirakan akan meningkat menjadi 592 juta orang pada tahun 2035. Penyakit Diabetes Mellitus memiliki dampak yang sangat berbahaya, terlebih jika sudah dalam kondisi kronis dapat menyebabkan penyakit-penyakit lain seperti penyakit jantung, gagal ginjal dan kebutaan. Pengobatan penderita Diabetes Mellitus biasanya menggunakan obat telan dan injeksi insulin untuk mengatur kadar glukosa darah agar mendekati keadaan normal. Pengobatan tersebut membutuhkan biaya besar, seperti yang dikutip dari (*International Diabetes Federation*), bahwa pada tahun 2013 penderita Diabetes Mellitus menghabiskan biaya belanja kesehatan setidaknya USD 548 milyar [1].

Secara umum, terdapat 3 jenis penyakit Diabetes Mellitus, yaitu Diabetes Mellitus Tipe-1 yang selanjutnya disebut T1DM, Diabetes Mellitus Tipe-2 (T2DM), dan diabetes yang terjadi saat kehamilan (*Gestational Diabetes*). Penderita T1DM sangat bergantung hidupnya pada injeksi

insulin eksternal (*Insulin Dependent Diabetes Mellitus*), tanpa adanya injeksi tersebut penderita T1DM dapat meninggal dunia [1].

Konsumsi insulin pada penderita T1DM dibutuhkan setiap harinya. Insulin memiliki peran utama untuk menurunkan kadar glukosa darah [4]. Pengendalian injeksi insulin pada penderita T1DM sangat sulit dilakukan, karena untuk menjaga kadar glukosa darah memerlukan alat injeksi insulin eksternal yang mensekresikan insulin kedalam tubuh penderita dengan biaya yang sangat mahal, baik alat maupun cairan insulin yang diberikan [2].

Oleh sebab itu, dibutuhkan adanya suatu pengendalian injeksi insulin pada penderita T1DM. Tujuannya yaitu agar dapat tetap mempertahankan kadar glukosa darah sehingga mendekati keadaan normal, namun dapat meminimumkan biaya pengeluaran pengobatan insulin sesuai dengan batasan masukan insulin yang diberikan. Sebelumnya, telah terdapat beberapa metode seperti *Model Predictive Control* untuk mengendalikan kadar glukosa darah pada penderita T1DM yang ditulis dalam jurnal tinjauan metodologi pengendalian oleh Katrin d.k.k [9]. Pada penelitian tersebut diperoleh bahwa dengan menggunakan metode *Model Predictive Control* kadar glukosa darah dapat kembali mendekati normal pada kadar 4,5 mmol/L. Pada penelitian tersebut diberikan sebuah gangguan sistem berupa konsumsi glukosa sebesar 50 gram per konsumsi yang dapat kembali mendekati normal setelah 3 jam konsumsi dengan waktu sampling 5 menit.

Selanjutnya, Chee-Kong Chui,d.k.k[3], melakukan penelitian implementasi *Model Predictive Control* dengan beberapa kendala batas untuk manajemen penyakit Diabetes Mellitus Tipe-1 (T1DM). Tujuan penelitian tersebut adalah menjaga kadar glukosa darah dibawah 140 mg/dL dan secara konsisten berada pada rentang antara 70-120 mg/dL serta

implementasinya pada sebuah *microcontroller* dari *artificial pancreas*. Pada penelitian tersebut terdapat gangguan sistem berupa konsumsi karbohidrat dengan jumlah yang berbeda pada setiap waktu makan yang dapat kembali mendekati normal pada kadar 5 mmol/L setelah 5-7 jam konsumsi.

Sehingga dalam penelitian ini, akan dibahas pengembangan metode *Model Predictive Control* pada pengendalian injeksi insulin untuk penderita T1DM yang merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Chee-Kong Chui serta simulasinya menggunakan *software* Matlab.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan diatas, penulis menuliskan beberapa permasalahan-permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut :

1. Bagaimana menentukan pengendalian kadar glukosa darah mendekati normal menggunakan *Model Predictive Control* pada penderita Diabetes Mellitus Tipe 1 (T1DM) agar dapat meminimumkan biaya pengobatan insulin ?
2. Bagaimana analisis simulasi pengendalian kadar glukosa darah menggunakan *Model Predictive Control* pada penderita Diabetes Mellitus Tipe 1 (T1DM) ?

1.3 Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut :

1. Pada penelitian ini, hanya dibahas untuk penderita penyakit Diabetes Mellitus Tipe 1 (T1DM).
2. Jenis injeksi insulin yang akan diberikan yaitu berupa injeksi insulin yang diberikan kepada pasien setiap

konsumsi dilakukan (*rapid-acting insulin in insulin pump* atau *artificial pancreas*).

3. Diambil kondisi batas dalam penelitian ini merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Chee-Kong Chui [3], sebagai berikut :
 - a. Model yang digunakan sebagai representasi regulasi glukosa darah pada penderita T1DM adalah Model Minimum Bergman Penyakit Diabetes Mellitus, dimana pada model mengabaikan faktor luar seperti aktivitas, berat badan, usia, maupun aktivitas metabolisme tubuh lainnya.
 - b. Nilai nilai parameter pada model didapat dari hasil representasi IVGTT (*Intravenous Glucose Tolerance Test*) yang dituliskan pada Tabel 2.1.
 - c. Dipilih waktu *sampling* $T = 5$ menit untuk mendapatkan informasi sistem. Kemudian dipilih set-point 5.5 mmol/L sebagai target kadar glukosa darah yang diinginkan dan batasan kendala (*constraints*) sebagai berikut :

$$0 \leq u \leq 80mU/min \quad (1.1)$$

$$-16,7 \leq \Delta u \leq 16,7mU/min \quad (1.2)$$

$$3 \leq y \leq 15mmol/L \quad (1.3)$$

Dimana u , Δu , dan y secara berturut-turut merupakan laju injeksi insulin, beda dari masukan u , dan kadar glukosa darah.

4. Pada penelitian ini digunakan *software* Matlab untuk proses perhitungan dan simulasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dalam penelitian ini adalah pengendalian kadar glukosa darah mendekati normal dan meminimumkan biaya pengeluaran pengobatan insulin sesuai dengan batasan laju injeksi insulin ($u(t)$) yang diberikan. Selain itu, pada penelitian ini juga memberikan informasi hasil pengendalian injeksi insulin dengan menggunakan metode *Model Predictive Control* serta bagaimana hasil analisis simulasinya menggunakan *software* Matlab.

1.5 Manfaat Penelitian

Sesuai dengan tujuan yang telah dituliskan, manfaat dari penelitian ini adalah mendapatkan hasil injeksi insulin ($u(t)$) dari pengendalian kadar glukosa darah agar dengan meminimumkan biaya pengeluaran insulin tersebut. Selain itu, penelitian ini dapat menjadi bahan dasar penelitian lanjutan mengenai Diabetes Mellitus.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada Bab ini berisi tentang penelitian terdahulu, pengertian Diabetes Mellitus, penjelasan model Minimum Bergman, dan *Model Predictive Control*.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi pendahuluan yang

akan mengkaji Diabetes Mellitus, model Minimum Bergman, *Model Predictive Control*, *Quadratic Programming* dan lain - lain. Selanjutnya dilakukan tahapan desain kendali meliputi formulasi masalah pengendalian regulasi glukosa darah menggunakan MPC. Kemudian dilanjutkan dengan tahap penyelesaian pengendalian regulasi glukosa darah pada penderita T1DM dengan menurunkan permasalahan yang telah dikerjakan pada tahap sebelumnya kedalam bentuk *Quadratic Programming*. Tahap selanjutnya, dilakukan simulasi dari penyelesaian permasalahan kendali menggunakan *software* Matlab. Tahap terakhir adalah melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis serta saran.

4. BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada Bab ini dibahas mengenai penerapan MPC untuk pengendalian regulasi glukosa darah pada penderita T1DM. Dan selanjutnya akan diperoleh hasil kendali insulin dari penerapan MPC yang telah dilakukan.

5. BAB V PENUTUP

Pada bab ini berisi mengenai kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan mengenai hasil dari penelitian-penelitian sebelumnya yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Selain itu juga diuraikan mengenai penjelasan Diabetes Mellitus, model Minimum Bergman yang merepresentasikan regulasi glukosa darah dan insulin, serta *Model Predictive Control* dan penyelesaiannya.

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian yang berjudul *Blood Glucose Control Algorithms for Type 1 Diabetic Patients : A Methodological Review* dijelaskan bahwa *Model Predictive Control* (MPC) memiliki kelebihan dari kemampuan dalam memasukkan adanya kendala yang berat kedalam variabel keadaan dan variabel kendali. Selain itu MPC memiliki kelebihan dalam rendahnya biaya komputasi pada aplikasinya disebabkan bahwa MPC menyelesaikan suatu permasalahan optimisasi dengan cara perulangan, namun sistem memiliki dinamika yang lambat [9]. Digunakan model Minimum Bergman sebagai representasi perilaku regulasi antara glukosa dengan insulin. MPC digunakan dengan tujuan untuk mengendalikan kadar glukosa darah pada penderita T1DM mendekati normal berdasarkan perhitungan *subcutaneous* glukosa dengan adanya gangguan konsumsi makanan secara periodik sebesar 50 gram glukosa per konsumsi. Hasilnya, kadar glukosa darah mendekati normal setelah 3 jam konsumsi. Pada penelitian tersebut, tidak disertakan bagaimana bentuk formulasi fungsi objektif yang akan dituju

maupun besarnya injeksi insulin yang diberikan agar dapat menjaga kadar glukosa darah mendekati keadaan normal.

Selanjutnya Chee-Kong Chui d.k.k [3], melakukan penelitian penerapan *Model Predictive Control* dengan beberapa kendala batas untuk manajemen penyakit Diabetes Mellitus Tipe-1 (T1DM). Tujuan penelitian ini adalah menjaga kadar glukosa darah dibawah 140 mg/dL dan secara konsisten berada pada rentang antara 70-120 mg/dL serta implementasinya pada sebuah *microcontroller* dari *artificial pancreas*. Pada penelitian tersebut digunakan model Minimum Bergman sebagai representasi regulasi glukosa dan insulin. Terdapat gangguan makanan yang diterapkan dalam sistem, yaitu sebesar 50 g, 60 g, 70 g saat sarapan (07.00), makan siang (12.00) dan makan malam (19.00). Selain itu terdapat tiga kendala berupa besarnya rentang laju injeksi insulin, rentang beda dari laju injeksi insulin dan rentang kondisi keluaran kadar glukosa darah untuk menghindari adanya hipoglikemia dan hiperglikemia ekstrem. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa kadar glukosa kembali pada kadar 5 mmol/L setelah 5-7 jam setelah konsumsi, namun tidak ditunjukkan bentuk formulasi fungsi objektif serta besar injeksi insulin yang diberikan.

2.2 Diabetes Mellitus

Diabetes Mellitus merupakan penyakit disfungsi atau kelainan metabolisme dimana tubuh tidak dapat secara utuh merespon asupan karbohidrat, sehingga mengakibatkan tingginya kadar glukosa darah [5]. Terdapat tiga jenis penyakit Diabetes Mellitus secara umum [1].

1. Diabetes Mellitus Tipe 1 (T1DM)

T1DM disebabkan karena reaksi sistem *autoimmune* tubuh yang mengakibatkan kekebalan tubuh menyerang atau menolak Insulin-Produk sel beta di pankreas.

Hasilnya, tubuh tidak dapat lagi memproduksi insulin yang dibutuhkan. Penyebab T1DM belum sepenuhnya diketahui. Seseorang dengan T1DM membutuhkan asupan insulin eksternal setiap harinya agar dapat mengendalikan kadar glukosa darah. Tanpa adanya asupan tersebut, penderita T1DM dapat meninggal dunia.

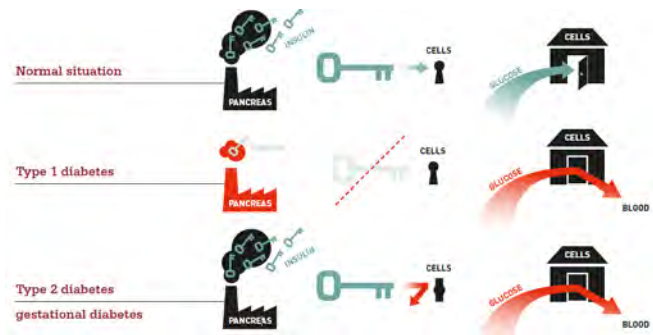
2. Diabetes Mellitus Tipe 2 (T2DM)

Pada penderita T2DM, tubuh masih dapat memproduksi insulin, namun jumlah yang diproduksi tidak mencukupi kebutuhan tubuh guna mengendalikan tingkat glukosa darah, sehingga mengakibatkan tingginya kadar glukosa darah.

3. Gestational Diabetes Mellitus (GDM)

Diabetes ini (GDM) terjadi pada wanita yang sedang hamil pada usia kandungan minggu ke-24, dimana wanita tersebut mengalami resistansi insulin karena produksi hormon pada plasenta dan mengakibatkan tingginya kadar glukosa darah.

Tingkat glukosa dalam tubuh dikendalikan oleh beberapa hormon seperti insulin, hormon pertumbuhan, adrenalin, glukotiroid dan tiroksin [4]. Dimana insulin bekerja sebagai hormon utama dalam proses metabolisme karbohidrat. Hormon insulin diproduksi oleh sel beta pada pankreas dan disekresi saat kadar glukosa dalam plasma darah melebihi kondisi normal (70 mg/dL-120 mg/dL)[4]. Tugas insulin yaitu membawa glukosa dari darah kemudian disimpan dalam liver dan otot sebagai glikogen dan menggantikan sebagai sumber energi. Jika kendali insulin terganggu, maka akan mengakibatkan penyakit Diabetes Mellitus. Selain itu, jika tubuh kelebihan insulin maka akan terjadi hipoglikemia [4].



Gambar 2.1: Perbedaan antara seseorang dengan kondisi normal dan penderita Diabetes Mellitus [1]

Terdapat beberapa tipe Insulin yang diberikan pada penderita Diabetes Mellitus [11] :

1. *Rapid-acting Insulin*, merupakan tipe insulin yang mulai menurunkan kadar glukosa darah dalam jangka 5-10 menit setelah injeksi dan memiliki efek maksimum 30 menit hingga 3 jam setelah injeksi.
2. *Regular or Short-acting Insulin*, merupakan tipe insulin yang mulai menurunkan kadar glukosa darah dalam jangka 30 menit setelah injeksi dan memiliki efek maksimum 25 jam setelah injeksi.
3. *Intermediate-acting Insulin*, merupakan tipe insulin yang mulai menurunkan kadar glukosa darah dalam jangka 1-2 jam setelah injeksi dan memiliki efek maksimum 6-12 jam setelah injeksi.
4. *Long-acting Insulin*, merupakan tipe insulin yang mulai menurunkan kadar glukosa darah dalam jangka 4-6 jam setelah injeksi dan memiliki efek maksimum.

Adapun jenis injeksi insulin yang diberikan pada penderita Diabetes Mellitus [12] :

1. Injeksi Insulin

Berupa pena suntik berisi cairan insulin yang akan diinjeksikan sesuai dengan tipe insulin yang diberikan. Umumnya berisi campuran dari tipe insulin yang diberikan beberapa kali dalam sehari.

2. *Insulin Pump*

Sebuah alat sebesar ponsel kecil yang melekat pada tubuh berisi *rapid-acting insulin*. Prinsip kerjanya menginjeksikan insulin setiap penderita akan makan sesuai dengan jumlah karbohidrat yang akan dikonsumsi.

3. *Artificial Pancreas*

Merupakan pengembangan dari *Insulin pump* yang terhubung dengan sensor kadar glukosa darah dalam tubuh penderita dan bekerja secara kontinu selama 24 jam per hari. Alat tersebut bekerja secara otomatis bila sensor kadar glukosa darah mengindikasikan glukosa darah yang terlalu tinggi dan berhenti ketika kadar glukosa darah kembali normal.

2.3 Model Minimum Bergman Diabetes Mellitus

Terdapat banyak model kontinu untuk penderita Diabetes Mellitus, seperti halnya model Ackerman, dan model Bergman [2]. Model Minimum Bergman, merupakan pengembangan dari model Ackerman dan paling terkenal karena kesederhanaan model dan tingkat akurasi fisiknya [10]. Model asli Bergman menjelaskan bagaimana perilaku glukosa dalam plasma darah berdasarkan kinerja insulin dari hasil tes IVGTT (*Intravenous Glucose Tolerance Test*), sehingga pada model ini tidak memperhatikan aktivitas lain pada tubuh

penderita, seperti sistem metabolisme tubuh lainnya, usia, berat badan, maupun faktor keturunan. Berikut merupakan Model yang dikembangkan oleh Bergman [6]:

$$\dot{G}(t) = -p_1 G(t) - X(G(t) + G_B) \quad (2.1)$$

$$\dot{X}(t) = -p_2 X(t) + p_3 I \quad (2.2)$$

Untuk meningkatkan fungsional dari Model Bergman, dilakukan modifikasi model dengan tujuan menjelaskan perilaku insulin tambahan pada penderita T1DM. Hal ini diselesaikan dengan mengganti peran insulin (I) pada Persamaan (2.2) dalam pankreas dengan variabel $u(t)$ sebagai injeksi insulin eksternal kedalam persamaan sebagai berikut [6]:

$$\dot{I}(t) = -n(I(t) + I_B) + u(t)/V_I \quad (2.3)$$

Selanjutnya, dilakukan penelitian lanjutan oleh Fisher. Pada penelitian ini terdapat penambahan gangguan makanan ($P(t)$) yang akan mempengaruhi kadar glukosa darah seperti pada pPrsamaan (2.5). Sehingga diperoleh model akhir, yang disebut model Minimum Bergman sebagai berikut[6] :

$$\dot{G}(t) = -p_1 G(t) - X(G(t) + G_B) + P(t) \quad (2.4)$$

$$\dot{X}(t) = -p_2 X(t) + p_3 I(t) \quad (2.5)$$

$$\dot{I}(t) = -n(I(t) + I_B) + u(t)/V_I \quad (2.6)$$

$P(t)$ didefinisikan sebagai laju penyerapan glukosa dalam darah setelah adanya konsumsi makanan. Berikut merupakan Persamaan $P(t)$ [7] :

$$P(t) = \frac{D_G A_G t e^{-t/t_{max,G}}}{t_{max,G}^2} \quad (2.7)$$

dengan keterangan variabel dan parameter pada Tabel 2.3.

Tabel 2.1: Tabel Keterangan Variabel dan Parameter Model Minimum Bergman [3]

Simbol	Keterangan	Jumlah dan satuan
$G(t)$	Konsentrasi glukosa darah	mmol/L
$X(t)$	Konsentrasi insulin dalam darah yang telah terkendali	mU/L
$I(t)$	Konsentrasi insulin dalam plasma darah	mU/L
$P(t)$	laju infusi glukosa eksternal, artinya laju glukosa memasuki plasma darah yang berasal dari penyerapan makanan oleh usus	gram/menit
$u(t)$	laju injeksi Insulin eksternal	mU/menit
G_B	Nilai konsentrasi glukosa pada keadaan basal	4, 5 mmol/L
I_B	Nilai konsentrasi Insulin pada keadaan basal	15 mU/L
V_I	Volume distribusi Insulin	12 L
n	laju penurunan Insulin dalam plasma darah	5/54 per menit
p_1	Laju toleransi glukosa yang tidak bergantung pada insulin	0 per menit
p_2	Laju penurunan insulin	0,025 per menit
p_3	Laju kenaikan insulin	$1,3 \times 10^{-5}$ L/min^2mU
D_G	jumlah karbohidrat yang dicerna	gram
A_G	bioavibilitas karbohidrat	0,8
$t_{max,G}$	waktu penyerapan maksimum	40 menit

Linearisasi Model Minimum Bergman

Sebelumnya, telah diketahui bahwa Model Minimum Bergman pada Persamaan (2.4), (2.5), dan (2.6) merupakan sistem yang non-linier. Sehingga perlu adanya pelinearan untuk mempermudah melihat keterkendalian dan keteramatan sistem. Sesuai dengan metode pelinearan menggunakan matriks Jacobi sebagai berikut [13]:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial G(t)} & \frac{\partial f_1}{\partial X(t)} & \frac{\partial f_1}{\partial I(t)} \\ \frac{\partial f_2}{\partial G(t)} & \frac{\partial f_2}{\partial X(t)} & \frac{\partial f_2}{\partial I(t)} \\ \frac{\partial f_3}{\partial G(t)} & \frac{\partial f_3}{\partial X(t)} & \frac{\partial f_3}{\partial I(t)} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Analisa Sifat Model Minimum Bergman

Setelah dilakukan pelinearan, maka dapat ditentukan sifat-sifat sistem seperti :

a. Keterkendalian Sistem

Keterkendalian sistem akan diselidiki dengan menghitung jumlah *rank* pada sistem. Suatu sistem dikatakan terkendali jika jumlah *rank* dari sistem atau matriks keterkendiannya sama dengan jumlah ruang keadaan dari matriks A yang ada. Dimana didefinisikan Matriks keterkendalian sebagai berikut [13]:

$$M_C = (B \mid AB \mid A^2B \mid \cdots \mid A^{n-1}B) \quad (2.9)$$

Diketahui bahwa definisi *rank* Matriks sebagai berikut [15]: *Rank* baris dari matriks A adalah dimensi dari ruang baris matriks A.

Rank kolom dari matriks A adalah dimensi dari ruang kolom matriks A.

Rank Baris = *Rank* Kolom ditulis $r(A)$

Catatan :

Rank dari matriks menyatakan jumlah maksimum

vektor-vektor baris/kolom yang bebas linier. Untuk mencari *rank* dari suatu matriks dapat digunakan transformasi elementer.

Contoh perhitungan nilai *rank* :
Diberikan matriks K sebagai berikut :

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

akan diselesaikan menggunakan operasi baris elementer sehingga diperoleh bentuk matriks elementer atas dari matriks K sebagai berikut :

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh bahwa nilai *rank* matriks K = 3.

b. Keteramatan Sistem

Keteramatan sistem akan diselidiki dengan menghitung jumlah *rank* pada sistem. Suatu sistem dikatakan dapat diamati jika jumlah *rank* dari sistem atau matriks keteramatannya sama dengan jumlah ruang keadaan dari matriks A yang ada. Dimana didefinisikan Matriks keteramatan sebagai berikut [13]:

$$M_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

- c. Kestabilan sistem pada saat kontinu dan diskrit

Teorema. Kestabilan Nilai Eigen :

Diberikan Persamaan Differensial $\dot{x} = Ax$, dengan A matriks $n \times n$ dan nilai eigen berbeda $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, (k \leq n)$. Titik asal $x = 0$ adalah stabil asimtotik jika dan hanya jika $\text{Re}\lambda_i(A) < 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, k$. Titik asal $x = 0$ adalah stabil jika $\text{Re}\lambda_i(A) \leq 0$ dan jika setiap nilai eigen $\text{Re}\lambda_i(A) = 0$ berkorespondensi sebanyak vektor eigen bebas linier sebagai kelipatan dari λ_i [13].

Sedangkan untuk sistem waktu diskrit dikatakan stabil asimtotik jika dan hanya jika $|\text{Re}\lambda_i(A)| < 1$ untuk $i = 1 \dots, n$ dengan $\text{Re}\lambda_i(A)$ adalah nilai eigen matriks A . Sedangkan jika $|\text{Re}\lambda_i(A)| \leq 1$, maka sistem diskrit adalah stabil.[14]

Contoh perhitungan nilai eigen :

Diberikan matriks K sebagai berikut :

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

nilai eigen diperoleh dengan mencari $\det(A - I\lambda) = 0$, sehingga nilai eigen matriks K diperoleh dengan cara sebagai berikut :

$$\begin{aligned} |K - I\lambda| &= 0 \\ \left| \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| &= 0 \\ \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 3 & 2 \\ 1 & 1 - \lambda & 5 \\ 3 & 7 & 1 - \lambda \end{vmatrix} &= 0 \\ (1 - \lambda)^3 + 44\lambda + 15 &= 0 \end{aligned}$$

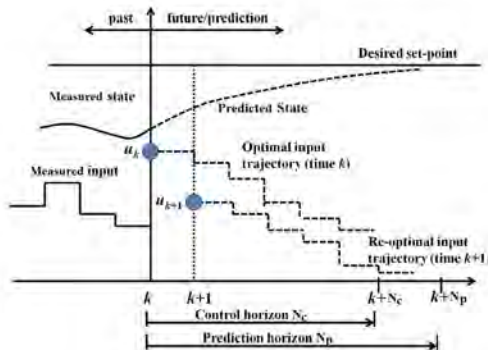
sehingga diperoleh $\lambda_1 = 8,22$, $\lambda_2 = -4,82$, $\lambda_3 = -0,4$.

2.4 Model Predictive Control (MPC)

Tujuan umum dari *Model Predictive Control* (MPC) adalah menghitung trayektori pada periode selanjutnya dari variabel masukan u untuk mengendalikan perilaku dari keluaran sistem (y) kedepannya. Pengendalian ditampilkan dalam kurun waktu yang terbatas dengan memberikan informasi awal dari waktu tersebut [8].

Terdapat tiga elemen utama dalam MPC, model awal, *Performance Index* (fungsi objektif), dan kendala (*constraints*). Model awal dibutuhkan dengan tujuan untuk memprediksi *future state*, dan *predicted output* sebagai fungsi dari *current state* sesuai dengan fungsi objektif yang diinginkan serta kendala–kendala yang menjadi batasan optimasi.

Keluaran proses dan *predicted control* pada MPC menggunakan prinsip *Receding Prediction Horizon* yang diilustrasikan pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2: Perhitungan Keluaran Proses, *Predicted Control*, *Predicted Output* [16]

Keluaran proses dengan N_p *Prediction horizon* kedepan akan diprediksi setiap k berdasarkan model awal yang diberikan. Masukan $u(k)$ hanya diperlukan saat perhitungan pertama, selanjutnya nilai $u(k+1), u(k+2), \dots, u(k+N_c)$ merupakan hasil perbaikan dari nilai masukan $u(k)$. Sehingga keluaran proses akan semakin mendekati nilai target yang diinginkan.

Pendiskritan Model

Pendiskritan Model perlu dilakukan bila model yang ingin kita kendalikan menggunakan MPC merupakan model waktu kontinu. Seperti sistem yang terdiri dari interkoneksi antara sistem waktu diskrit dan sistem waktu kontinu. Suatu contoh menarik yang terjadi ketika suatu komputer digital digunakan untuk mengendalikan sebuah plan waktu kontinu.

Jika kita ingin menghitung keadaan $x(t)$ dengan menggunakan komputer digital, maka kita harus mengubah persamaan keadaan waktu kontinu tersebut ke dalam bentuk persamaan keadaan waktu diskrit.

Diberikan persamaan keadaan waktu kontinu sebagai berikut [14]:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.11)$$

Kita asumsikan bahwa masukan $u(t)$ pada setiap selang pencacahan yang tetap. Selanjutnya akan digunakan notasi kT dan $(k+1)T$ untuk menunjukkan waktu pencacahan pada setiap waktu *sampling* yang telah ditentukan. Penyajian waktu diskrit dari Persamaan (4.12) akan mempunyai bentuk [14]:

$$x((k+1)T) = A_d(T)x(kT) + B_d(T)u(kT) \quad (2.12)$$

Perhatikan bahwa matriks A_d dan B_d bergantung pada periode cacah T . Setelah periode cacah ditetapkan, maka

matriks A_d dan B_d akan menjadi matriks konstan sebagai berikut [14]:

$$A_d(T) = e^{AT} \quad (2.13)$$

$$B_d(T) = \left(\int_0^T e^{At} dt \right) B \quad (2.14)$$

2.4.1 Formulasi MPC

Diketahui model umum diskrit sebagai berikut :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (2.15)$$

$$y(k) = C x(k) \quad (2.16)$$

dimana variabel $x(\cdot)$, $u(k)$, dan $y(k)$ secara berturut-turut berukuran $n_1 \times 1$, $n \times 1$, dan $q \times 1$. Kemudian besar matriks A_d , B_d , dan C secara berurutan yaitu $n_1 \times n_1$, $n_1 \times n$, dan $q \times n_1$.

2.4.2 Fungsi Objektif dan Kendala Batas

Quadratic programming merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan permasalahan pada MPC dengan tujuannya yaitu meminimumkan fungsi objektif. Didefinisikan fungsi objektif dalam MPC sebagai berikut [9]:

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} \|r(k+i|k) - \hat{y}(k+i|k)\|_{Q_i}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i|k)\|_{R_i}^2 \quad (2.17)$$

$r(k+i)$ merupakan trayektori target berupa nilai kadar glukosa darah yang ingin dituju, dimana r merupakan referensi berdasarkan nilai set-point yang ditentukan. Kemudian, $\hat{y}(k+i|k)$ merupakan keluaran *plan* sistem yang diprediksi (kadar glukosa darah). Serta $\Delta u(k+i|k)$ merupakan beda variabel masukan berupa laju injeksi insulin saat waktu ke- $k+i$.

Pada berbagai permasalahan yang dihadapi, banyak terdapat syarat ataupun batasan yang menjadi kendala dalam proses optimasi permasalahan tersebut. Seperti yang telah dijelaskan bahwa metode MPC dapat menangani kendala batas tersebut. Selanjutnya didefinisikan kendala batas (*constraints*) sebagai berikut [8]:

1. kendala yang merupakan beda dari variabel masukan pada trayektori kendali kedepan dimulai saat waktu step ke- k_i :

$$\Delta u^{min} \leq \Delta u \leq \Delta u^{max} \quad (2.18)$$

2. Kendala yang merupakan simpangan atau *range* pada seluruh variabel masukan didalam trayektori kendali kedepan:

$$u^{min} \leq u \leq u^{max} \quad (2.19)$$

3. Kendala yang merupakan batasan keluaran atau *range* keluaran pada trayektori variabel terprediksi kedepan:

$$y^{min} \leq y \leq y^{max} \quad (2.20)$$

Berdasarkan fungsi objektif (2.17) dan kendala batas pada Pertidaksamaan (2.18), (2.19), dan (2.20) yang diberikan pada MPC tersebut, akan dilakukan manipulasi aljabar sedemikian hingga fungsi objektif dan kendala batas berubah menjadi bentuk *Quadratic programming* sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \Delta U^T E \Delta U + \Delta U^T G \quad (2.21)$$

$$M \Delta U \leq \gamma \quad (2.22)$$

BAB III METODE PENELITIAN

Pada bab ini diuraikan tahapan-tahapan sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan penelitian dalam Tugas Akhir ini terdiri atas lima tahap, yaitu studi literatur; desain kendali insulin menggunakan MPC; penyelesaian permasalahan kendali MPC menggunakan *Quadratic Programming* ;simulasi dan hasil analisis simulasi; penarikan kesimpulan dan pemberian saran; pembuatan laporan tugas akhir.

3.1 Studi Literatur

Kegiatan ini dilakukan dengan mencari materi penunjang dari buku, jurnal, artikel dan lain-lain. Bahan-bahan yang dikaji meliputi Diabetes Mellitus, model Minimum Bergman, MPC, *Quadratic Programming* dan lain - lain.

3.2 Desain Kendali

Pada tahapan ini, ditentukan formulasi masalah pengendalian regulasi glukosa darah menggunakan MPC sebagai berikut :

(a) Pelinearan

Model Minimum Bergman merupakan model nonlinear sehingga dilakukan proses pelinearan dengan menggunakan Metode Jacobian seperti pada Persamaan (2.8).

(b) Sifat Sistem

Akan diselidiki sifat-sifat sistem sebagai berikut :

a. Keterkendalian Sistem

Keterkendalian sistem akan diselidiki dengan menghitung jumlah *rank* pada sistem. Suatu sistem dikatakan terkendali jika jumlah *rank* dari sistem atau matriks keterkendiannya sama dengan jumlah keadaan yang ada seperti pada Persamaan (2.9).

b. Keteramatan Sistem

Keteramatan sistem akan diselidiki dengan menghitung jumlah *rank* pada sistem. Suatu sistem dikatakan dapat diamati jika jumlah *rank* dari sistem atau matriks keteramatannya sama dengan jumlah keadaan yang ada seperti pada Persamaan (2.10).

c. Kestabilan Sistem

Sistem linear kontinu, adalah stabil asimtotik jika dan hanya jika $Re\lambda_i(A) < 0$ untuk $i = 1, \dots, n$ dengan $\lambda_i(A)$ adalah nilai eigen matriks A . Sedangkan jika $Re\lambda_i(A) \leq 0$, maka sistem kontinu adalah stabil.[13]

Sistem linear diskrit adalah stabil asimtotik jika dan hanya jika $|Re\lambda_i(A)| < 1$ untuk $i = 1 \dots, n$ dengan $Re\lambda_i(A)$ adalah nilai eigen matriks A . Sedangkan jika $|Re\lambda_i(A)| \leq 1$, maka sistem diskrit adalah stabil.[14]

(c) Pendiskritan

Pendiskritan Model perlu dilakukan karena model Minimum Bergman yang ingin kita kendalikan meggunakan MPC merupakan model waktu kontinu dengan metode pendiskritan seperti pada Persamaan (2.13), dan (2.14).

(d) Penentuan Fungsi Objektif, besar prediksi keluaran

(*Prediction Horizon*), dan besar kendali masukan yang diberikan (*Control Horizon*)

(e) Penentuan Kendala Batas

Pada tahapan ini akan ditentukan kendala batas (*constraints*) yang bersesuaian dengan kondisi permasalahan yang ada serta sesuai dengan tujuan penelitian.

3.3 Penyelesaian Kendali

Pada tahapan ini, akan ditentukan penyelesaian pengendalian regulasi glukosa darah pada penderita T1DM dengan menurunkan permasalahan yang telah dikerjakan pada tahap sebelumnya kedalam bentuk *Quadratic Programming*.

- (a) Menurunkan fungsi objektif (2.17) kedalam bentuk *Quadratic Programming* pada Persamaan (2.21)
- (b) Membentuk kendala batas (2.18-2.20), serta plan model waktu diskrit kedalam bentuk *Quadratic Programming* pada Pertidaksamaan (2.22-2.4)

3.4 Simulasi dan Pembahasan

Pada tahapan ini, akan dilakukan simulasi dari penyelesaian permasalahan kendali glukosa darah pada penderita T1DM menggunakan MPC. *Software* yang digunakan untuk simulasi adalah *software* MATLAB.

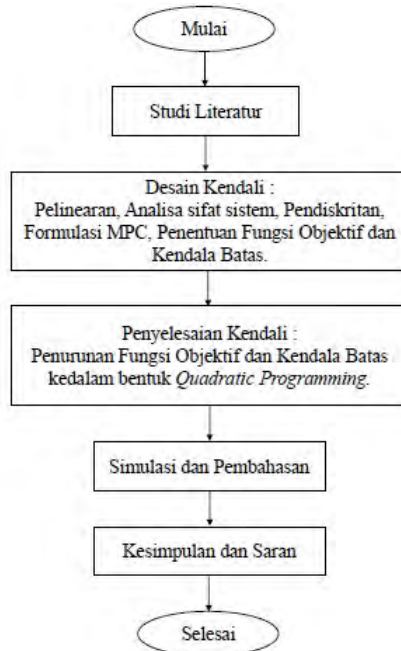
3.5 Penarikan Kesimpulan dan Saran

Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil penelitian dan penyelesaian pada tahap sebelumnya.

3.6 Pembuatan Laporan Tugas Akhir

Pada tahap ini dilakukan pembuatan laporan Tugas Akhir setelah melakukan simulasi dan menjawab permasalahan yang ada pada topik Tugas Akhir.

Langkah-langkah tersebut dapat digambarkan dalam diagram sebagai berikut :



Gambar 3.1: Diagram Tahapan Metode Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai prediksi kadar glukosa darah pada penderita T1DM dengan adanya kendali berupa masukan insulin. Pembahasan diawali dengan pembentukan model ruang keadaan (*state space*) waktu diskrit. Selanjutnya dilakukan proses prediksi kadar glukosa darah, penurunan fungsi objektif dan kendala batas kedalam bentuk *Quadratic Programming*. Setelah itu, melakukan simulasi dengan *software* MATLAB untuk memperoleh nilai masukan insulin yang tepat dengan adanya gangguan berupa konsumsi karbohidrat dan menganalisis hasil simulasi.

4.1 Desain Kendali

4.1.1 Model Minimum Bergman

Diketahui Model Minimum Bergman sebagai representasi regulasi glukosa darah dan insulin pada penderita T1DM pada Persamaan (2.4),(2.5) dan (2.6), yaitu :

$$\begin{aligned}\dot{G}(t) &= -p_1 G(t) - X(G(t) + G_B) + P(t) \\ \dot{X}(t) &= -p_2 X(t) + p_3 I(t) \\ \dot{I}(t) &= -n(I(t) + I_B) + u(t)/V_I\end{aligned}$$

dengan bentuk $P(t)$ seperti pada Persamaan (2.7) sebagai berikut :

$$P(t) = \frac{D_G A_G t e^{-t/t_{max,G}}}{t_{max,G}^2}$$

Akan dibentuk persamaan model tersebut kedalam model ruang keadaan (*state space*) linear menggunakan matriks

Jacobi saat keadaan setimbang (*steady-state*) $G(t) = X(t) = I(t) = P(t) = 0$ sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial G(t)} & \frac{\partial f_1}{\partial X(t)} & \frac{\partial f_1}{\partial I(t)} \\ \frac{\partial f_2}{\partial G(t)} & \frac{\partial f_2}{\partial X(t)} & \frac{\partial f_2}{\partial I(t)} \\ \frac{\partial f_3}{\partial G(t)} & \frac{\partial f_3}{\partial X(t)} & \frac{\partial f_3}{\partial I(t)} \end{bmatrix}$$

bila $f_1 = \dot{G}(t)$, $f_2 = \dot{X}(t)$, $f_3 = \dot{I}(t)$, maka diperoleh

$$A = \begin{bmatrix} -p_1 & -G_B & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ 0 & 0 & -n \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

sehingga terbentuk model ruang keadaan model Minimum bergman sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{G}(t) \\ \dot{X}(t) \\ \dot{I}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_1 & -G_B & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ 0 & 0 & -n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G(t) \\ X(t) \\ I(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_I} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} P(t) \quad (4.2)$$

Bila didefinisikan vektor baru sebagai berikut :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} -p_1 & -G_B & 0 \\ 0 & -p_2 & p_3 \\ 0 & 0 & -n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_I} \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

dengan $x_1 = G(t)$, $x_2 = X(t)$, dan $x_3 = I(t)$, maka diperoleh

$$\dot{x} = Ax + Bu(t) + DP(t) \quad (4.5)$$

dengan mensubstitusi nilai - nilai parameter pada Tabel 2.3, dapat diperoleh

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,0833 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

sebelum dilakukan pendiskritan, akan diselidiki terlebih dahulu mengenai keterkendalian dan keteramatan sistem.

a. Keterkendalian Sistem

Keterkendalian sistem akan diselidiki dengan menghitung jumlah *rank* pada sistem. Suatu sistem dikatakan terkendali jika jumlah *rank* dari sistem atau matriks keterkendaliannya sama dengan jumlah keadaan yang ada [13].

$$M_C = (B \mid AB \mid A^2B \mid \dots \mid A^{n-1}B)$$

pada persamaan (4.10) diketahui bahwa matriks

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,0833 \end{bmatrix}$$

maka diperoleh

$$\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,0833 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0,108 \times 10^{-5} \\ -0,7716 \end{bmatrix} \\ A^2B &= \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,0833 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0,000005 \\ -1,275 \times 10^{-7} \\ 0,000714 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

sehingga diperoleh Matriks Keterkendalian sebagai

berikut :

$$M_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,000005 \\ 0 & 0,108 \times 10^{-5} & -1,275 \times 10^{-7} \\ 0,0833 & -0,7716 & 0,000714 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Terlihat bahwa dengan bantuan *software* MATLAB *rank* $M_C = 3$, sama dengan besar ruang keadaan. Sehingga diketahui bahwa sistem dapat dikendalikan.

b. Keteramatan Sistem

Selain diselidiki mengenai keterkendalian sistem, diselidiki pula keteramatan sistem. berdasarkan tujuan penelitian untuk menjaga kadar glukosa darah yang direpresentasikan dalam variabel G , maka dipilih matriks keluaran sistem (C) sebagai berikut :

$$C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (4.8)$$

Keteramatan sistem akan diselidiki dengan menghitung jumlah *rank* pada sistem. Suatu sistem dikatakan dapat diamati jika jumlah *rank* dari sistem atau matriks keteramatannya sama dengan jumlah keadaan yang ada [13]. Dengan matriks keteramatan sebagai berikut :

$$M_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

dengan nilai matriks A seperti yang telah diketahui yaitu :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix}$$

, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
 CA &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \end{bmatrix} \\
 CA^2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -\frac{5}{54} \end{bmatrix}^2 \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0,1125 & -0,0000585 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh Matriks Keteramatan sebagai berikut :

$$M_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & 0,1125 & -0,0000585 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Terlihat bahwa dengan bantuan *software* MATLAB *rank* $M_0 = 3$, sama dengan besar ruang keadaan. Sehingga diketahui bahwa sistem dapat diamati.

c. Kestabilan Sistem

Sistem linear kontinu, adalah stabil asimtotik jika dan hanya jika $Re\lambda_i(A) < 0$ untuk $i = 1, \dots, n$ dengan $\lambda_i(A)$ adalah nilai eigen matriks A . Sedangkan jika $Re\lambda_i(A) \leq 0$, maka sistem kontinu adalah stabil.[13]

$$\begin{aligned}
|A - I\lambda| &= 0 \\
\left| \begin{pmatrix} 0 & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 & 0,000013 \\ 0 & 0 & -0,0926 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| &= 0 \\
\begin{vmatrix} -\lambda & -4,5 & 0 \\ 0 & -0,025 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -0,0926 - \lambda \end{vmatrix} &= 0
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Diperoleh $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -0,025$, $\lambda_3 = -0,0926$, karena seluruh nilai eigen $Re\lambda_i \leq 0$, maka sistem kontinu dikatakan Stabil.

4.1.2 Pendiskritan

Pendiskritan pada proses ini diperlukan karena pada implementasinya akan digunakan alat digital berupa sensor kadar glukosa darah beserta *artificial pancreas* sebagai pengendali. Sehingga perlu adanya interkoneksi antara alat tersebut dengan model plan (Model Minimum Bergman) waktu kontinu.

Diberikan persamaan keadaan waktu kontinu sebagai berikut :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{4.12}$$

Kita asumsikan bahwa masukan $u(t)$ pada setiap selang pencacahan yang tetap dengan menggunakan notasi kT dan $(k+1)T$. Penyajian waktu diskrit dari Persamaan (4.12) akan mempunyai bentuk :

$$x((k+1)T) = A_d(T)x(kT) + B_d(T)u(kT) \tag{4.13}$$

untuk mencari nilai matriks A_d dan B_d , digunakan penyelesaian umum pada Persamaan (4.12) sebagai berikut

:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) - Ax(t) &= Bu(t) \\ e^{-At} [\dot{x}(t) - Ax(t)] &= e^{-At} Bu(t)\end{aligned}\quad (4.14)$$

perhatikan bahwa

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} [e^{-At} x(t)] &= -Ae^{-At} x(t) + e^{-At} \dot{x}(t) \\ &= e^{-At} [\dot{x}(t) - Ax(t)]\end{aligned}$$

sehingga Persamaan (4.14) menjadi

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} [e^{-At} x(t)] &= e^{-At} Bu(t) \\ d[e^{-At} x(t)] &= e^{-At} Bu(t) dt\end{aligned}\quad (4.15)$$

bila variabel x berjalan pada saat waktu $t_0 = 0$ hingga $t_f = t$, maka Persamaan (4.15) menjadi

$$\begin{aligned}\int_0^t d[e^{-At} x(t)] &= \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \\ e^{-At} x(t) - x(0) &= \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \\ e^{-At} x(t) &= x(0) + \int_0^t e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \\ x(t) &= e^{At} x(0) + \int_0^t e^{-A(\tau-t)} Bu(\tau) d\tau\end{aligned}\quad (4.16)$$

sehingga Persamaan (4.16) merupakan penyelesaian umum dari Persamaan (4.12).

Asumsikan bahwa semua komponen $u(t)$ adalah konstan di semua selang antara dua saat pencacahan yang berurutan, atau $u(t) = u(kT)$ untuk periode cacah ke- k . Maka berdasarkan Persamaan (4.16) dapat diperoleh :

- a. Untuk waktu pencacahan $u(t) = u(kT)$, dimana $kT \leq t \leq (k+1)T$

$$x(kT) = e^{A(kT)}x(0) + e^{A(kT)} \int_0^{(kT)} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau$$

persamaan diatas dikalikan dengan e^{AT} , maka diperoleh

$$e^{AT}x(kT) = e^{AT}e^{A(kT)}x(0) + e^{AT}e^{A(kT)} \int_0^{(kT)} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (4.17)$$

- b. Untuk waktu pencacahan $u(k+1)T$

$$\begin{aligned} x((k+1)T) &= e^{A(k+1)T}x(0) + e^{A(k+1)T} \int_0^{(k+1)T} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \\ x((k+1)T) &= e^{A(k+1)T}x(0) + e^{A(k+1)T} \int_0^{kT} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \\ &\quad + e^{A(k+1)T} \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.18)$$

Jika Persamaan (4.18) dikurangkan dengan Persamaan (4.17), menjadi

$$x((k+1)T) = e^{AT}x(kT) + e^{A(k+1)T} \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-A\tau} Bu(\tau) d\tau \quad (4.19)$$

Berdasarkan kondisi $u(t) = u(kT)$, $kT \leq t \leq (k+1)T$, maka pada Persamaan (4.19) dapat disubsitusi bahwa $u(\tau) = u(kT)$ konstan. Sehingga Persamaan (4.19) dapat ditulis sebagai

berikut :

$$\begin{aligned}
 x((k+1)T) &= e^{AT}x(kT) + e^{AT} \int_0^{kT} e^{-At} Bu(kT) dt \\
 x((k+1)T) &= e^{AT}x(kT) + \int_0^{kT} e^{A(T-t)} Bu(kT) d(T-t) \\
 x((k+1)T) &= e^{AT}x(kT) + \left(\int_0^{kT} e^{At} dt B \right) u(kT) \quad (4.20)
 \end{aligned}$$

Sehingga berdasarkan Persamaan (4.13) dan (4.51), diperoleh :

$$\begin{aligned}
 A_d(T) &= e^{AT} \\
 &= I + AT + \frac{1}{2}A^2T^2 + \dots \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

$$B_d(T) = \left(\int_0^T e^{At} dt \right) B \quad (4.22)$$

Perhatikan bahwa matriks A_d dan B_d bergantung pada periode cacah T . Setelah periode cacah ditetapkan, maka matriks A_d dan B_d akan menjadi matriks konstan sebagai berikut :

Telah ditentukan diawal bahwa waktu *sampling* $T = 5$ menit dan matriks pada Persamaan (4.6), dapat diperoleh

$$\begin{aligned}
 A_d(T) &= e^{AT} \\
 &= I + AT + \frac{1}{2}A^2T^2 + \dots
 \end{aligned}$$

$$A_d(T) = \begin{bmatrix} 1 & 0,05625T^2 - 4,5T & -2,925 \times 10^{-5}T^2 \\ 0 & 0,0003125T^2 - 0,025T + 1 & 0,000013T - 7,644 \times 10^{-7}T^2 \\ 0 & 0 & 0,00428738T^2 - 0,0926T + 1 \end{bmatrix}$$

dengan $T = 5$ menit maka diperoleh

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & -2,115 \times 10^1 & -6,039 \times 10^{-4} \\ 0 & 8,825 \times 10^{-1} & 4,867 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 6,294 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$B_d(T) = \left(\int_0^T e^{At} dt \right) B$$

$$B_d(T) = \begin{bmatrix} \frac{-32487T^3}{4 \times 10^{10}} \\ \frac{-530621T^3}{25 \times 10^{12}} + \frac{10829T^2}{2 \times 10^{10}} \\ \frac{178569377T^3}{15 \times 10^{11}} - \frac{385679T^2}{10^8} + \frac{833T}{10^4} \end{bmatrix}$$

dengan $T = 5$ menit maka diperoleh

$$B_d = \begin{bmatrix} -8,799.10^{-5} \\ 1,118 \times 10^{-5} \\ 0,3335 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Selanjutnya, diketahui pada Model Minimum Bergman Persamaan (4.2) terdapat gangguan sistem berupa masukan glukosa makanan ($P(t)$). Sehingga perlu pula dilakukan pendiskritan pada waktu pencacahan ke- k .

Bila didefinisikan bahwa k_G merupakan waktu pencacahan saat masukan glukosa diberikan. Maka, laju penyerapan glukosa dalam darah ($P(t)$) pada Persamaan (2.7) berlaku setelahnya. Sehingga untuk mendapatkan bentuk waktu pencacahan dari $P(t)$ akan digunakan nilai tengah saat waktu pencacahan setelah adanya input glukosa sebagai berikut :

$$P(t) = \frac{D_G A_G t e^{-t/t_{max,G}}}{t_{max,G}^2}$$

dimana telah ditentukan nilai $A_G = 0,8$, $t_{max,G} = 40$ menit, dan bila didefinisikan bahwa $d(k)$ merupakan bentuk waktu diskrit dari $P(t)$. Sehingga diperoleh

$$P(t) = \frac{0,8 D_G t e^{-t/40}}{40^2}$$

nilai tengah $t = \frac{k-k_G}{2}$, diperoleh

$$\begin{aligned} d(k) &= \frac{0,8D_G\left(\frac{k-k_G}{2}\right)e^{-(k-k_G)/2 \times 40}}{40^2} \\ d(k) &= 0,0025D_G(k-k_G)e^{-0,125(k-k_G)} \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh bentuk diskrit dari $P(t)$ sebagai berikut :

$$d(k) = \begin{cases} 0,0025D_G(k-k_G)e^{-0,125(k-k_G)} & , \quad \text{untuk } k \geq k_G \\ 0 & , \quad k \text{ lainnya} \end{cases} \quad (4.25)$$

Maka dapat diperoleh bentuk waktu diskrit dari model Minimum Bergman sebagai berikut :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + D d(k) \quad (4.26)$$

dengan keterangan

$$\begin{aligned} x(\cdot) &= \begin{bmatrix} x_1(\cdot) \\ x_2(\cdot) \\ x_3(\cdot) \end{bmatrix} \\ A_d &= \begin{bmatrix} 1 & -2,115 \times 10^1 & -6,039 \times 10^{-4} \\ 0 & 8,825 \times 10^{-1} & 4,867 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 6,294 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \\ B_d &= \begin{bmatrix} -8,799.10^{-5} \\ 1,118 \times 10^{-5} \\ 0,3335 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Dimana $x_1 = G$, $x_2 = X$, dan $x_3 = I$. Sedangkan keluaran sistem sebagai berikut :

$$\begin{aligned} y(k) &= Cx(k) \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Kestabilan sistem

Selanjutnya akan diselidiki kestabilan sistem yang telah mengalami diskritisasi. Sesuai dengan teorema bahwa sistem linear diskrit adalah stabil asimtotik jika dan hanya jika $|Re\lambda_i(A)| < 1$ untuk $i = 1 \dots, n$ dengan $Re\lambda_i(A_d)$ adalah nilai eigen matriks A_d . Sedangkan jika $|Re\lambda_i(A)| \leq 1$, maka sistem diskrit adalah stabil.[14]

$$\begin{aligned} |A_d - I\lambda| &= 0 \\ \left| \begin{pmatrix} 1 & -2,115 \times 10^1 & -6,039 \times 10^{-4} \\ 0 & 8,825 \times 10^{-1} & 4,867 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 6,294 \times 10^{-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| &= 0 \\ \left| \begin{pmatrix} 1 - \lambda & -2,115 \times 10^1 & -6,039 \times 10^{-4} \\ 0 & 8,825 \times 10^{-1} - \lambda & 4,867 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 6,294 \times 10^{-1} - \lambda \end{pmatrix} \right| &= 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Diperoleh $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 8,825 \times 10^{-1}$, $\lambda_3 = 6,294 \times 10^{-1}$, karena seluruh nilai eigen $|\lambda_i(A)| \leq 1$, maka sistem diskrit dikatakan stabil.

Formulasi MPC

Setelah didapat bentuk sistem dalam waktu diskrit, akan diformulasikan permasalahan kendali glukosa darah pada penderita T1DM menggunakan metode MPC.

Diketahui model umum diskrit sebagai berikut :

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (4.30)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.31)$$

dimana sistem memiliki n masukan, q keluaran, dan n_1 keadaan. Sehingga besar matriks A_d, B_d , dan C secara berurutan yaitu $n_1 \times n_1$, $n_1 \times n$, dan $q \times n_1$.

Pada penelitian ini matriks A_d, B_d dan C memiliki ukuran secara berturut-turut yaitu 3×3 , 3×1 , dan 1×3 .

Dengan menjalankan operator beda pada kedua sisi Persamaan (4.30) diperoleh

$$\begin{aligned} x(k+1) - x(k) &= A_d(x(k) - x(k-1)) + B_d((u(k) - u(k-1))) \\ \Delta x(k+1) &= A_d \Delta x(k) + B_d \Delta u(k) \end{aligned} \quad (4.32)$$

sedangkan untuk Persamaan (4.31) menjadi

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= C \Delta x(k+1) \\ y(k+1) &= C[A_d \Delta x(k) + B_d \Delta u(k)] + y(k) \end{aligned} \quad (4.33)$$

bila didefinisikan vektor baru $z(k+1) = \begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}$ maka diperoleh sistem baru sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_d & 0_{n_1}^T \\ C A_d & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d \\ C B_d \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ z(k+1) &= A_e z(k) + B_e \Delta u(k) \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} y(k) &= [0_{n_1} \quad 1] z(k) \\ y(k) &= C_e z(k) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Saat waktu sampling ke- k , diasumsikan bahwa variabel $z(k|k)$ merupakan informasi terkini dari model. Kemudian, untuk variabel $z(\cdot)$ kedepan yang akan diprediksi selama selang waktu N_p , serta prediksi pengendalian ($\Delta u(k|k)$) sebesar N_c , dimana $N_c \leq N_p$, dapat ditulis sebagai berikut

:

$$\begin{aligned}
z(k+1|k) &= A_e z(k|k) + B_e \Delta u(k|k) \\
z(k+2|k) &= A_e z(k+1|k) + B_e \Delta u(k+1|k) \\
&= A_e [A_e z(k|k) + B_e \Delta u(k|k)] \\
&\quad + B_e \Delta u(k+1|k) \\
&\vdots \\
z(k+N_p|k) &= A_e^{N_p} z(k|k) + A_e^{N_p-1} B_e \Delta u(k|k) \\
&\quad + A_e^{N_p-2} B_e \Delta u(k+1|k) + \dots \\
&\quad + A_e^{N_p-N_c} B_e \Delta u(k+N_c-1|k)
\end{aligned} \tag{4.36}$$

Sedangkan untuk variabel keluaran kedepan yang akan diprediksi selama selang waktu N_p , dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\hat{y}(k+1|k) &= C_e z(k+1|k) \\
&= C_e A_e z(k|k) + C_e B_e \Delta u(k|k) \\
\hat{y}(k+2|k) &= C_e z(k+2|k) \\
&= C_e A_e^2 z(k|k) + C_e A_e B_e \Delta u(k|k) \\
&\quad + C_e B_e \Delta u(k+1|k) \\
&\vdots \\
\hat{y}(k+N_p|k) &= C_e A_e^{N_p} z(k|k) + C_e A_e^{N_p-1} B_e \Delta u(k|k) \\
&\quad + C_e A_e^{N_p-2} B_e \Delta u(k+1|k) + \dots \\
&\quad + C_e A_e^{N_p-N_c} B_e \Delta u(k+N_c-1|k)
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Bila didefinisikan vektor baru sebagai berikut :

$$Y = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_p|k) \end{bmatrix}; \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1|k) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

diperoleh persamaan baru sebagai berikut :

$$Y = Fz(k|k) + \Phi\Delta U \quad (4.39)$$

dengan matriks F dan Φ sebagai berikut :

$$F = \begin{bmatrix} C_e A_e \\ C_e A_e^2 \\ \vdots \\ C_e A_e^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} C_e B_e & 0 & \cdots & 0 \\ C_e A_e B_e & C_e B_e & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_e A_e^{N_p-1} B_e & C_e A_e^{N_p-2} B_e & \cdots & C_e A_e^{N_p-N_c} B_e \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

4.2 Penyelesaian MPC menggunakan *Quadratic Programming*

Penurunan Fungsi Objektif

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan MPC pada penelitian ini adalah *Quadratic Programming*. Setelah didapat bentuk fungsi objektif pada Persamaan (2.17) dan kendala batas yang sesuai seperti pada Pertidaksamaan (2.18), (2.19), dan (2.20), akan dimanipulasi

secara aljabar sehingga dapat dibentuk menjadi persamaan sebagai berikut :

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} \|r(k+i|k) - \hat{y}(k+i|k)\|_{Q_i}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta u(k+i|k)\|_{R_i}^2 \quad (4.41)$$

diketahui bahwa $\|V\|^2 = V^T W V$, dimana W merupakan matriks yang bersesuaian, sehingga Persamaan (4.41) menjadi

$$\begin{aligned} J = & \sum_{i=1}^{N_p} [r(k+i|k) - \hat{y}(k+i|k)]^T Q_i [r(k+i|k) - \hat{y}(k+i|k)] \\ & + \sum_{i=0}^{N_c-1} [\Delta u(k+i|k)]^T R_i [\Delta u(k+i|k)] \end{aligned} \quad (4.42)$$

untuk waktu yang bergerak dari step ke- i hingga N_p , dan $N_c \leq N_p$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} J = & [r(k+1|k) - \hat{y}(k+1|k)]^T Q_1 [r(k+1|k) - \hat{y}(k+1|k)] \\ & + [r(k+2|k) - \hat{y}(k+2|k)]^T Q_2 [r(k+2|k) - \hat{y}(k+2|k)] + \dots \\ & + [r(k+N_p|k) - \hat{y}(k+N_p|k)]^T Q_{N_p} [r(k+N_p|k) - \hat{y}(k+N_p|k)] \\ & + [\Delta u(k|k)]^T R_0 [\Delta u(k|k)] \\ & + [\Delta u(k+1|k)]^T R_1 [\Delta u(k+1|k)] + \dots \\ & + [\Delta u(k+N_c-1|k)]^T R_{N_c-1} [\Delta u(k+N_c-1|k)] \end{aligned} \quad (4.43)$$

Bila didefinisikan vektor baru \mathbf{r} sebagai berikut :

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r(k+1|k) \\ r(k+2|k) \\ \vdots \\ r(k+N_p|k) \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

dan sesuai dengan vektor Y dan ΔU , maka diperoleh bentuk J sebagai berikut :

$$J = [\mathbf{r} - Y]^T \bar{Q} [\mathbf{r} - Y] + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (4.45)$$

dimana matriks \bar{Q} dan \bar{R} sebagai berikut :

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Q & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Q \end{bmatrix}_{N_p * N_p} ; \bar{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R \end{bmatrix}_{N_c * N_c} \quad (4.46)$$

dengan asumsi bahwa $R_1 = R_2 = \cdots = R_{N_p} = R$ dan $Q_0 = Q_1 = \cdots = Q_{N_c-1} = Q$. Sehingga berdasarkan Persamaan Y diperoleh bentuk J sebagai berikut :

$$\begin{aligned} J &= [\mathbf{r} - Y]^T \bar{Q} [\mathbf{r} - Y] + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ J &= [\mathbf{r} - (Fz(k|k) + \Phi \Delta U)]^T \bar{Q} [\mathbf{r} - (Fz(k|k) + \Phi \Delta U)] \\ &\quad + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ J &= [(\mathbf{r} - Fz(k|k)) - \Phi \Delta U]^T \bar{Q} [(\mathbf{r} - Fz(k|k)) - \Phi \Delta U] \\ &\quad + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \end{aligned} \quad (4.47)$$

karena nilai referensi \mathbf{r} dan $z(k|k)$ telah diketahui maka dapat didefinisikan sebagai matriks baru $\varphi = \mathbf{r} - Fz(k|k)$ sehingga diperoleh bentuk J sebagai berikut :

$$\begin{aligned} J &= [\varphi - \Phi \Delta U]^T \bar{Q} [\varphi - \Phi \Delta U] + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ &= \varphi^T \bar{Q} \varphi - [\Phi \Delta U]^T \bar{Q} \varphi - \varphi^T \bar{Q} \Phi \Delta U \\ &\quad + [\Phi \Delta U]^T \bar{Q} \Phi \Delta U + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \end{aligned} \quad (4.48)$$

Diketahui bahwa $[abc]^T = c^T b^T a^T$, dan karena \bar{Q} merupakan matriks diagonal, maka $\bar{Q}^T = \bar{Q}$, sehingga diperoleh bentuk

J sebagai berikut :

$$J = \varphi^T \bar{Q} \varphi + \Delta U^T H \Delta U + \Delta U^T G \quad (4.49)$$

dengan matriks H dan G sebagai berikut :

$$\begin{aligned} G &= -2\Phi^T \bar{Q} \varphi \\ H &= \Phi^T \bar{Q} \Phi + \bar{R} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Penurunan Kendala Batas

Selanjutnya pada penyelesaian permasalahan MPC ini akan dibentuk pula kendala batas sesuai dengan bentuk vektor baru L , sebagai berikut :

$$\Delta u^{min} \leq \Delta u \leq \Delta u^{max} \quad (4.51)$$

$$u^{min} \leq u \leq u^{max} \quad (4.52)$$

$$y^{min} \leq y \leq y^{max} \quad (4.53)$$

a. Untuk Pertidaksamaan (4.51)

$$\Delta u^{min} \leq \Delta u \leq \Delta u^{max}$$

diketahui bahwa vektor Δu = $[\Delta u(k|k) \quad \Delta u(k+1|k) \quad \dots \quad \Delta u(k+N_c-1|k)]^T$, sehingga pertidaksamaan diatas menjadi

$$\begin{bmatrix} -I_{(N_c \times N_c)} \\ I_{(N_c \times N_c)} \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -\Delta U^{min} \\ \Delta U^{max} \end{bmatrix}_{(2N_c \times 1)} \quad (4.54)$$

dengan keterangan

$$\Delta U^{min} = \begin{bmatrix} \Delta u^{min} \\ \Delta u^{min} \\ \vdots \\ \Delta u^{min} \end{bmatrix}; \Delta U^{max} = \begin{bmatrix} \Delta u^{max} \\ \Delta u^{max} \\ \vdots \\ \Delta u^{max} \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

bila didefinisikan matriks baru sebagai berikut

$$P_1 = \begin{bmatrix} -I_{(N_c \times N_c)} \\ I_{(N_c \times N_c)} \end{bmatrix}; P_2 = \begin{bmatrix} -\Delta U^{min} \\ \Delta U^{max} \end{bmatrix}_{(2N_c \times 1)}$$

maka diperoleh bentuk baru pertidaksamaan ΔU sebagai berikut :

$$P_1 \Delta u \leq P_2 \quad (4.56)$$

b. Untuk Pertidaksamaan (4.52)

Sesuai dengan jalannya prediksi kendali Δu sebesar N_c , maka variabel u juga akan diprediksi sesuai dengan Δu sebagai berikut :

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k) \\ u(k+1) &= u(k) + \Delta u(k+1) \\ &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) \\ u(k+2) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \Delta u(k+2) \\ &\vdots \\ u(k+N_c-1) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) \\ &\quad + \Delta u(k+2) + \cdots + \Delta u(k+N_c-1) \end{aligned}$$

sehingga dapat dibentuk kedalam vektor baru sebagai

berikut :

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix} u(k-1) + \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I & I & 0 & \cdots & 0 \\ I & I & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I & I & I & \cdots & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

bila didefinisikan matriks vektor U sebagai berikut

$$U = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \\ \vdots \\ u(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$

maka diperoleh persamaan sebagai berikut

$$U = C_1 u(k-1) + C_2 \Delta U \quad (4.58)$$

dengan keterangan

$$C_1 = \begin{bmatrix} I \\ I \\ I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix}_{(N_c \times 1)} ; C_2 = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ I & I & 0 & \cdots & 0 \\ I & I & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I & I & I & \cdots & I \end{bmatrix}_{(N_c \times N_c)} \quad (4.59)$$

sehingga pertidaksamaan (4.52) menjadi

$$\begin{aligned}
 U^{min} &\leq U \leq U^{max} \\
 U^{min} &\leq C_1 u(k-1) + C_2 \Delta U \leq U^{max} \\
 &\begin{bmatrix} -C_2 \\ C_2 \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -U^{min} + C_1 u(k-1) \\ U^{max} - C_1 u(k-1) \end{bmatrix} \\
 T_1 \Delta U &\leq T_2
 \end{aligned} \tag{4.60}$$

dengan keterangan

$$T_1 = \begin{bmatrix} -C_2 \\ C_2 \end{bmatrix}_{(2N_c \times N_c)}; T_2 = \begin{bmatrix} -U^{min} + C_1 u(k-1) \\ U^{max} - C_1 u(k-1) \end{bmatrix}_{(2N_c \times 1)} \tag{4.61}$$

c. Untuk Pertidaksamaan (4.53)

Diketahui bahwa pada plant sistem terdapat gangguan $d(k)$, sehingga terdapat penambahan pada Persamaan (4.39), sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 Y &= \begin{bmatrix} C_e A_e \\ C_e A_e^2 \\ \vdots \\ C_e A_e^{N_p} \end{bmatrix} x(k) + \\
 &\begin{bmatrix} C_e B_e & 0 & \cdots & 0 \\ C_e A_e B_e & C_e B_e & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_e A_e^{N_p-1} B_e & C_e A_e^{N_p-2} B_e & \cdots & C_e A_e^{N_p-N_c} B_e \end{bmatrix} \Delta U \\
 &+ \begin{bmatrix} C_e D_e & 0 & \cdots & 0 \\ C_e A_e D_e & C_e D_e & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_e A_e^{N_p-1} D_e & C_e A_e^{N_p-2} D_e & \cdots & C_e D_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta d(k) \\ \Delta d(k+1) \\ \vdots \\ \Delta d(k+N_p-1) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.62}$$

sehingga persamaan Y menjadi

$$Y = Fx(k) + \Phi \Delta U + L \Delta d \tag{4.63}$$

dengan keterangan

$$\begin{aligned}
 L &= \begin{bmatrix} C_e D_e & 0 & \cdots & 0 \\ C_e A_e D_e & C_e D_e & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_e A_e^{N_p-1} D_e & C_e A_e^{N_p-2} D_e & \cdots & C_e D_e \end{bmatrix} \\
 \Delta d &= \begin{bmatrix} \Delta d(k) \\ \Delta d(k+1) \\ \vdots \\ \Delta d(k+N_p-1) \end{bmatrix} \tag{4.64}
 \end{aligned}$$

maka pertidaksamaan $Y^{min} \leq Y \leq Y^{max}$ menjadi

$$\begin{aligned}
 Y^{min} \leq Fx(k) + \phi \Delta U + L \Delta d &\leq Y^{max} \\
 \begin{bmatrix} -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix} \Delta U &\leq \begin{bmatrix} -Y^{min} + Fx(k) + L \Delta d \\ Y^{max} - Fx(k) - L \Delta d \end{bmatrix} \\
 S_1 \Delta U &\leq S_2 \tag{4.65}
 \end{aligned}$$

dengan keterangan

$$S_1 = \begin{bmatrix} -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix}_{(N_p \times N_c)} ; S_2 = \begin{bmatrix} -Y^{min} + Fx(k) + L \Delta d \\ Y^{max} - Fx(k) - L \Delta d \end{bmatrix}_{(N_p \times 1)} \tag{4.66}$$

Sehingga berdasarkan vektor ΔU pada bentuk fungsi objektif, diperoleh batasan pertidaksamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} T_1 \\ P_1 \\ S_1 \end{bmatrix} \Delta U &\leq \begin{bmatrix} T_2 \\ P_2 \\ S_2 \end{bmatrix} \\
 M \Delta U &\leq \gamma \tag{4.67}
 \end{aligned}$$

Sehingga berdasarkan penjelasan tersebut diperoleh bentuk *Quadratic Programming* dari permasalahan MPC

sebagai berikut :

$$J = \varphi^T \bar{Q} \varphi + \Delta U^T E \Delta U + \Delta U^T G \quad (4.68)$$

$$M \Delta U \leq \gamma \quad (4.69)$$

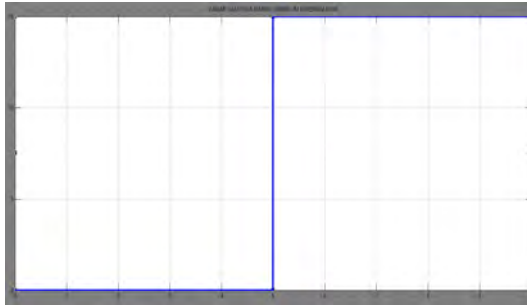
bentuk tersebut akan diselesaikan menggunakan *software* MATLAB.

4.3 Simulasi

Setelah diperoleh penyelesaian permasalahan MPC pada penelitian ini menggunakan *Quadratic Programming*. Pada tahapan ini akan disimulasikan beberapa kasus pada permasalahan kendali glukosa darah penderita T1DM dengan tujuan untuk mengendalikan kadar glukosa darah selama 24 jam (86.400 detik) berada rentang normal dengan target pada kadar 5,5 mmol/L. Pada penelitian ini akan diambil nilai $N_p = 80$ dan $N_c = 4$ [3]. Pemilihan $N_c = 4$ dikarenakan gangguan yang akan dimasukkan kedalam sistem diberikan sebanyak 3 kali, sehingga berdasarkan fungsi objektif yang diberikan $N_c - 1$ maka dipilih nilai $N_c = 4$. Untuk mengetahui pengaruh besar N_p terhadap kendali glukosa darah, dipilih nilai N_p lain yakni $N_p = 30$ dan $N_p = 110$. Selain itu didefinisikan gangguan berupa asupan makanan (glukosa) sesuai dengan fungsi gangguan $d(k)$ yang didefinisikan sebagai *step function*.

Kadar Glukosa Darah Sebelum Dikendalikan menggunakan MPC

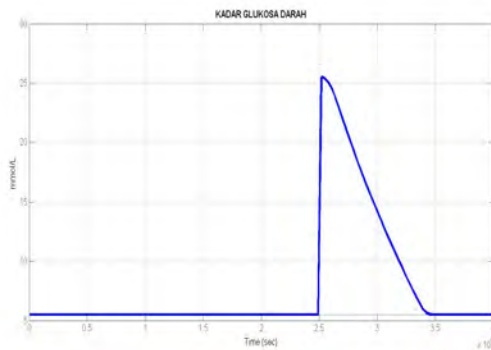
pada tahapan ini disimulasikan keluaran sistem berupa kadar glukosa darah sebelum dikendalikan menggunakan MPC dengan besar gangguan makanan yang didefinisikan sebagai *step function* sebesar 15 mmol/L. Pada Gambar 4.1 terlihat bahwa setelah adanya pemberian asupan glukosa, kadar glukosa darah naik dan tidak turun kembali.



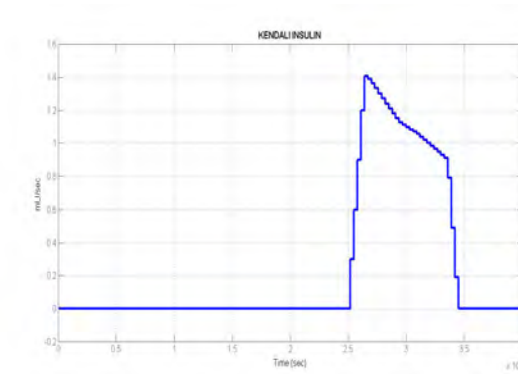
Gambar 4.1: Kadar Glukosa Darah Sebelum Dikendalikan

Kasus 1

Pada kasus ini, diberikan gangguan sebesar 20 mmol/L pada jam 07.00 (25.200 detik). Berikut grafik masukan karbohidrat dan hasil kendali insulin dengan besar $N_p = 80$ pada Gambar 4.2 dan Gambar 4.3.



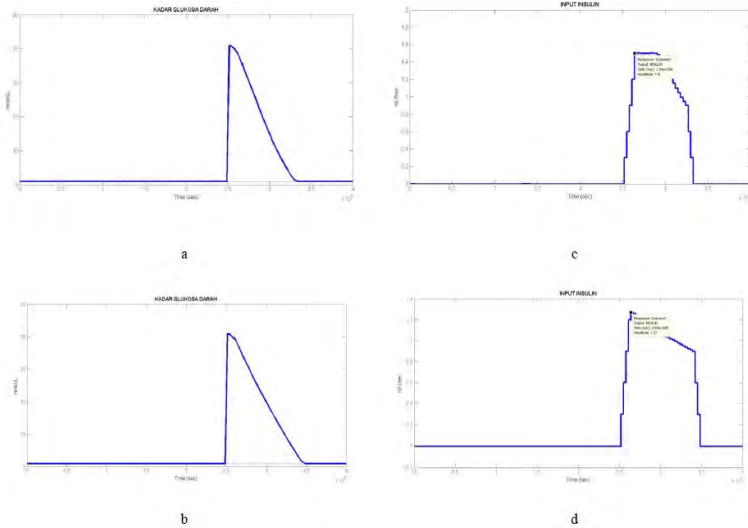
Gambar 4.2: Kadar Glukosa Darah satuan mmol/L



Gambar 4.3: Kendali Insulin

Setelah pemberian konsumsi pada waktu yang telah ditentukan (Gambar 4.2) dapat terlihat bahwa, kadar glukosa darah kembali normal menuju target 5,5 mmol/L sekitar 2-3 jam setelah pemberian insulin secara kontinu selama pemberian konsumsi dilakukan (Gambar 4.3).

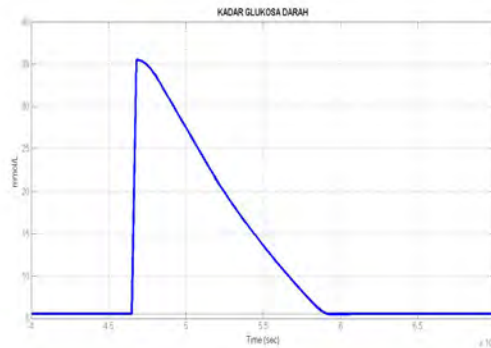
Untuk nilai N_p lainnya diilustrasikan pada Gambar 4.4. Terlihat bahwa bila nilai N_p lebih kecil dari 80, insulin yang diberikan akan lebih banyak, dengan selang waktu yang sama, namun bila nilai N_p lebih besar dari 80, insulin yang diberikan tidak terlalu signifikan perbedaannya. Pada kedua nilai N_p lainnya, kadar glukosa tetap dapat dikendalikan menuju target kadar normal 5,5 mmol/L.



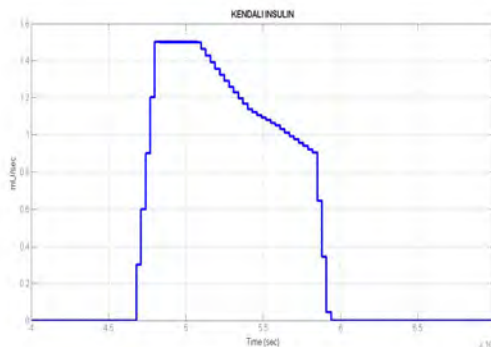
Gambar 4.4: Keluaran dan Masukan Insulin Saat Makan Pagi : (a) Kadar Glukosa Darah $N_p = 30$, (b) Kadar Glukosa Darah $N_p = 110$, (c) Masukan Insulin $N_p = 30$, dan (d) Masukan Insulin $N_p = 110$

Kasus 2

Pada kasus ini, diberikan gangguan sebesar 30 mmol/L pada jam 13.00 (46.800). Berikut grafik kadar glukosa darah pada Gambar 4.5, dan kendali insulin yang diberikan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.5: Kadar Glukosa Darah dengan satuan mmol/L

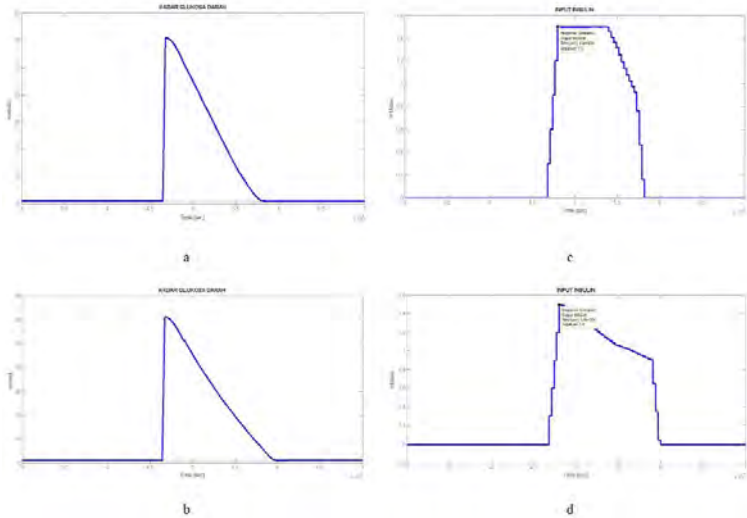


Gambar 4.6: Kendali Insulin

Setelah pemberian konsumsi pada waktu yang telah ditentukan (Gambar 4.5) dapat terlihat bahwa, kadar glukosa darah kembali normal menuju kondisi basalnya 5,5 mmol/L sekitar 2-3 jam setelah pemberian insulin secara kontinu selama pemberian konsumsi dilakukan (Gambar 4.6).

Untuk nilai N_p lainnya diilustrasikan pada Gambar 4.7. Terlihat bahwa bila nilai N_p lebih kecil dari 80, insulin yang diberikan akan lebih banyak, dengan selang waktu yang sama,

namun bila nilai N_p lebih besar dari 80, insulin yang diberikan tidak terlalu signifikan perbedaannya. Pada kedua nilai N_p lainnya, kadar glukosa tetap dapat dikendalikan menuju target kadar normal 5,5 mmol/L.

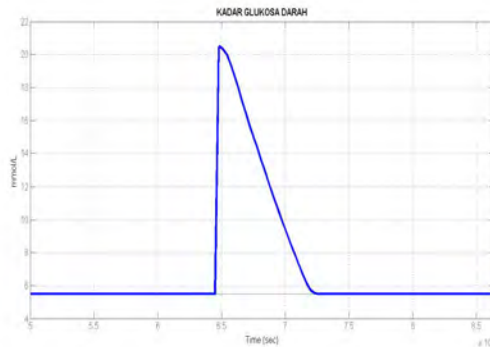


Gambar 4.7: Keluaran dan Masukan Insulin Saat Makan Siang : (a) Kadar Glukosa Darah $N_p = 30$, (b) Kadar Glukosa Darah $N_p = 110$, (c) Masukan Insulin $N_p = 30$, dan (d) Masukan Insulin $N_p = 110$

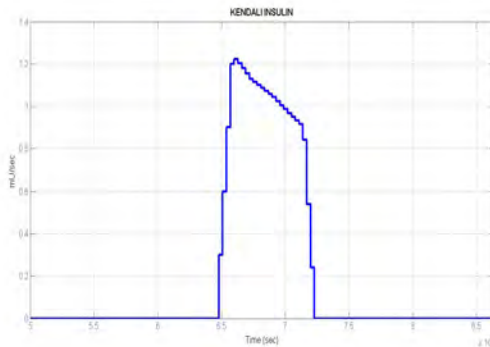
Kasus 3

Pada kasus ini, diberikan gangguan sebesar 15 mmol/L pada jam 18.00 (64.800 detik). Berikut grafik kadar glukosa darah pada Gambar 4.8, dan kendali insulin yang diberikan pada Gambar 4.9.

Setelah pemberian konsumsi pada waktu yang telah



Gambar 4.8: Kadar Glukosa Darah dengan satuan mmol/L

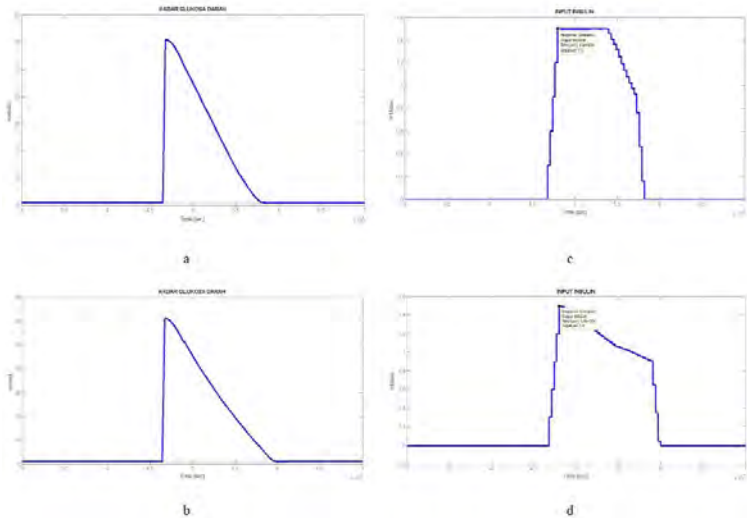


Gambar 4.9: Kendali Insulin

ditentukan (Gambar 4.8) dapat terlihat bahwa, kadar glukosa darah kembali normal menuju kondisi dasarnya 5,5 mmol/L

sekitar 2-3 jam setelah pemberian insulin secara kontinu selama pemberian konsumsi dilakukan (Gambar 4.9).

Untuk nilai N_p lainnya diilustrasikan pada Gambar 4.10. Terlihat bahwa bila nilai N_p lebih kecil dari 80, insulin yang diberikan akan lebih banyak, dengan selang waktu yang sama, namun bila nilai N_p lebih besar dari 80, insulin yang diberikan tidak terlalu signifikan perbedaannya. Pada kedua nilai N_p lainnya, kadar glukosa tetap dapat dikendalikan menuju target kadar normal 5,5 mmol/L.



Gambar 4.10: Keluaran dan Masukan Insulin Saat Makan Siang : (a) Kadar Glukosa Darah $N_p = 30$, (b) Kadar Glukosa Darah $N_p = 110$, (c) Masukan Insulin $N_p = 30$, dan (d) Masukan Insulin $N_p = 110$

Pada hasil simulasi dapat dilihat bahwa pada setiap gangguan asupan karbohidrat yang diberikan, glukosa darah dapat dikendalikan menuju nilai target 5,5 mmol/L yang berada pada rentang normal glukosa darah antara 3 mmol/L hingga 15 mmol/L [3] setelah 2-3 jam pemberian insulin secara kontinu. Terlihat pula perbedaan kadar glukosa darah sebelum dikendalikan dan sesudah dikendalikan menggunakan MPC, bahwa kadar glukosa darah dapat turun kembali kedalam target normalnya setelah dikendalikan. Selain itu, dengan adanya pemilihan nilai N_p lain diketahui bahwa perubahan N_p , berpengaruh pada besar insulin yang diberikan, semakin kecil nilai N_p yang dipilih berakibat meningkatnya kendali insulin yang diberikan. Hal tersebut tidak memenuhi tujuan untuk meminimumkan biaya pengobatan insulin, sehingga dipilih nilai $N_p = 80$, untuk hasil yang optimal. Berdasarkan penjelasan ini dapat disimpulkan bahwa dengan adanya kendali MPC, dapat menurunkan kadar glukosa darah pada penderita T1DM. Pada implementasinya, pengendalian kadar glukosa darah pada penderita T1DM dilakukan menggunakan alat *artificial pancreas*. Alat tersebut bekerja secara kontinu menggantikan peran pankreas dalam mensekresikan insulin.

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari tugas akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada permasalahan kendali glukosa darah pada penderita T1DM, maka diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Metode MPC dapat diterapkan pada pengendalian glukosa darah untuk penderita diabetes mellitus tipe-1 dengan meminimumkan biaya pengobatan insulin yang digambarkan melalui fungsi objektif pada Persamaan (4.72) dan kendala batas pada Pertidaksamaan (4.73) sebagai berikut

$$\begin{aligned} J &= \varphi^T \bar{Q} \varphi + \Delta U^T H \Delta U + \Delta U^T G \\ M \Delta U &\leq \gamma \end{aligned}$$

yang diselesaikan menggunakan *Quadratic Programming* dengan bantuan *software* Matlab.

2. Berdasarkan hasil analisis simulasi, diperoleh bahwa kadar glukosa darah pada penderita T1DM dapat dikendalikan menuju target kadar glukosa darah sebesar 5,5 mmol/L dengan adanya pemberian injeksi insulin menggunakan metode MPC. Pada penelitian ini terdapat gangguan berupa penyerapan makanan dengan besar berbeda-beda pada setiap kasus yang

dapat dikendalikan menuju target kadar glukosa darah sekitar 2-3 jam setelah adanya kendali injeksi insulin yang diberikan.

5.2 Saran

Pada penelitian lanjutan, dapat dikembangkan metode lain untuk mengendalikan kadar glukosa darah pada penderita T1DM seperti menggunakan metode *feed-forward Control*, ataupun *Nonlinear* MPC. Selain itu dapat dikembangkan metode pengendalian MPC untuk permasalahan lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] International Diabetes Federation. (2013). “IDF Diabetes Atlas Sixth Edition”. **Book of IDF Diabetes Atlas Sixth Edition** ISBN: 2-930229-85-3.
- [2] P Srinivas, P Durga Prasada Rao. (2012). “Closed Loop Model for Glucose Insulin Regulation System Using Labview”. **International Journal of Instrumentation and Control Systems (IJICS) Vol. 2** No.4.
- [3] Chee-Kong C, B P Nguyen, d.k.k. (2012). “Embedded Real-Time Model Predictive Control for Glucose Regulation”. **Chapter : World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering May 26-31, 2012, Beijing, China. International Federation for Medical and Biological Engineering (IFMBE) Proceedings Vol 39,** Hal 1437-1440.
- [4] Yesenia Cruz Rosado. (2009). “Mathematical Model for Detecting Diabetes”. **The National Conference On Undergraduate Research (NCUR), University of Wisconsin La-Crosse.**
- [5] Jacobs, Bernard Allotey. (2013). “Modelling an Equation for Detecting Diabetes”. **A Thesis Department of Mathematics, Institute of Distance Learning Kwame Nkrumah University of Science And Technology.**

- [6] Esben Friis-Jensen. (2007). “Modelling and Simulation of Glucose-Insulin Metabolism”. **A Thesis Informatics and Mathematical Modelling Departemnet, Technical University of Denmark**, Kongens Lyngby, Denmark.
- [7] Hovorka R, Canonico V, Chassin L J, d.k.k. (2004). “Nonlinear Model Predictive Control of Glucose Concentration in subjects with Type 1 Diabetes”. **Physiological Measurement Institut og Physics Publishing**. *Physiol.Meas.* 25 (2004) 905-920 PII: S0967-3334(04)80244-2.
- [8] Liuping Wang. (2009). “Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB”. **Springer. Book of Advances of Industrial Control**, ISBN 978-1-84882-330-3.
- [9] Kartin L, Tarunraj S, Marian W, Mathias D.B, Steffen L. (2013). “Blood Glucose Control Algorithms for Type 1 Diabetic Patiens : A Methodological Review’. **Elsevier. Biomedical Signal Processing and Control** 8, Hal. 107-119.
- [10] Kirchsteiger H, Luigi del Re, Eric R, Margot M. (2009). “Robustness Properties of Optimal Insulin Bolus Administrations for Type 1 Diabetes”. **2009 American Control Conference ThA10.1**, Hal. 2284-2289.
- [11] American Diabetes Association. (Jul.2015). “Insulin Basics”. *<http://www.diabetes.org/living-with-diabetes/treatment-and-care/medication/insulin/insulin-basics.html>* diakses pada 28 Maret 2016.

- [12] Mayo Clinic. (Aug.2014). "Type 1 Diabetes Treatments and Drugs". *<http://www.mayoclinic.org/diseases-conditions/type-1-diabetes/basics/treatment/con-20019573>* diakses pada 28 Maret 2016.
- [13] Subiono. (5 Mei 2013). **Sistem Linear dan Optimal Kontrol Version 2.2.1**. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Sukolilo, Surabaya, Indonesia.
- [14] Ogata, Katsuhiko. (1995). **Discrete-Time Control Systems Second Edition**. Prentice Hall International, Inc, ISBN : 0-13-328642-8
- [15] Howard A, Chris R. (2005). **Elementary Linear Algebra Ninth Edition**. John Wiley and Sons, Inc.
- [16] Li Dai, Magdi S.M, Yuanqing Xia, Mengyin Fu. (2012). "Discrete-Time Model Predictive Control". **Advanced in Discrete Time Systems**, ISBN 978-953-51-0875-7.

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LAMPIRAN

"Halaman ini sengaja dikosongkan."

LAMPIRAN A

Biodata Penulis



Penulis bernama Ayu Wulandari Oktavia, yang biasanya dipanggil Ayu. Penulis dilahirkan di Gresik, 18 Oktober 1993. Penulis merupakan putri dari pasangan Moh.Hasan Sanusi dan Hairiyah. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK muslimat 29 (1997-2000), SD NU 1 Gresik (2000-2006), SMP Negeri 1 Gresik (2006-2009) dan SMA Negeri 1 Gresik(2009-2012). Kemudian penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika ITS Surabaya pada tahun 2012 dengan NRP 1212 100 002. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selama kuliah, penulis memiliki pengalaman berorganisasi di KM ITS sebagai Sekretaris umum UKM ITS Badminton Community (2013-2014), staff Departemen Dalam Negeri HIMATIKA ITS (2013-2014) dan Kepala Departemen Internal UKM ITS Badminton Community (2014-2015). Selain itu, penulis juga aktif dalam pelatihan kemahasiswaan, yaitu LKMM Pra-TD dan LKMM TD.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: ayul12@mhs.matematika.its.ac.id